Перед тем, как разложить функцию f(x) в тригонометрический ряд Фурье на промежутке [0;pi], необходимо продолжить её на всю числовую ось с периодом 2π. Для этого можно использовать следующее продолжение:

f(x) = 3\*x + 2, при x ∈ [-pi;0)

f(x+2π) = f(x), для любого x

Теперь можно записать коэффициенты тригонометрического ряда Фурье функции f(x) на промежутке [0;pi]:

a0 = (1/π) \* ∫[0,π] f(x) dx

= (1/π) \* ∫[0,π] (3\*x + 2) dx

= (1/π) \* [(3/2)\*π^2 + 2π]

= (3/2) + (2/π)

an = (1/π) \* ∫[0,π] f(x) cos(nx) dx

= (1/π) \* ∫[0,π] (3\*x + 2) cos(nx) dx

= [3sin(nπ) + 2(1-cos(nπ))]/(nπ^2)

= [(2-(-1)^n)\*2]/(nπ^2)

bn = (1/π) \* ∫[0,π] f(x) sin(nx) dx

= (1/π) \* ∫[0,π] (3\*x + 2) sin(nx) dx

= -[6\*cos(nπ) - 6]/(n^2π)

= [(1-(-1)^n)\*12]/(n^2π)

Теперь можно записать тригонометрический ряд Фурье функции f(x) на промежутке [0;pi]:

f(x) = a0/2 + Σ[n=1,∞] [ancos(nx) + bnsin(nx)]

= (3/4) + (1/π) \* Σ[n=1,∞] [(2-(-1)^n)/n^2 \* cos(nx) + (1-(-1)^n)\*12/(n^2π) \* sin(nx)]

2 задание

Для разложения функции f(x)=3\*x+2 в ряд Фурье по многочленам Лежандра на промежутке [0;1], необходимо выполнить следующие шаги:

1. Перейти к функции g(t), определенной на интервале [-1;1], такой что g(t) = f((t+1)/2).

Тогда имеем: g(t) = f((t+1)/2) = 3\*((t+1)/2) + 2 = (3/2)\*t + (7/2)

1. Найти коэффициенты разложения функции g(t) в ряд Фурье по многочленам Лежандра на интервале [-1;1]. Для этого можно воспользоваться формулой:

an = (2n+1) \* ∫[-1,1] g(t) \* Pn(t) dt / 2

где Pn(t) - многочлен Лежандра порядка n.

В данном случае имеем:

a0 = (2/2) \* ∫[-1,1] g(t) \* P0(t) dt = 7/2

a1 = (2\*1+1) \* ∫[-1,1] g(t) \* P1(t) dt / 2 = 0

a2 = (2\*2+1) \* ∫[-1,1] g(t) \* P2(t) dt / 2 = -15/4

a3 = (2\*3+1) \* ∫[-1,1] g(t) \* P3(t) dt / 2 = 0

и т.д. (коэффициенты с нечетными номерами будут равны нулю)

1. Собрать ряд Фурье по многочленам Лежандра:

f(x) = Σ[n=0,∞] an \* Pn((2x-1)/2)

В данном случае имеем:

f(x) = (7/2) \* P0((2x-1)/2) - (15/4) \* P2((2x-1)/2)

Подставляя явный вид многочленов Лежандра, получаем окончательный ответ:

f(x) = (7/2) - (15/4) \* (3\*(2x-1)^2 - 1)/2

